

PODSTAWY TERMODYNAMIKI

W tym rozdziale która dotyczy termodynamiki chciałbym poddać ponownie analizie formułę prawo Boylea - Mariotta, które określa że przy zmianach ciśnienia i objętości danej masy gazu w stałej temperaturze iloczyn ciśnienia i objętości jest wielkością stałą. Prawo to określa poniżej przedstawiona formuła matematyczna.

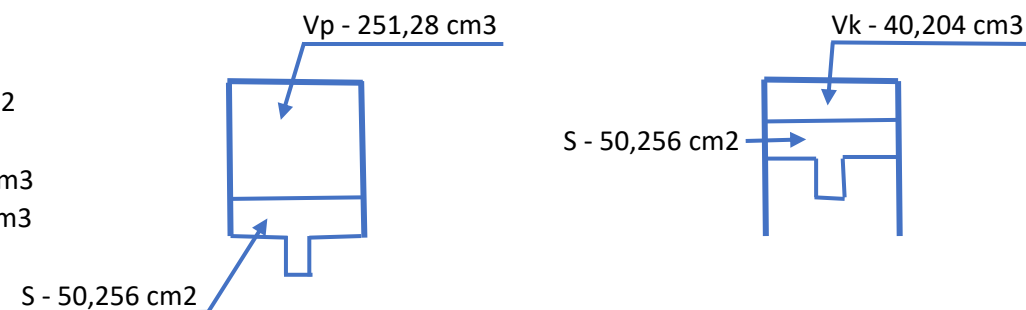
$$P \times V = \text{const}$$

m - const. R - const. T - const.

Aby energię wewnętrzną pracy tłoka z gazem doskonałym a także gazem rzeczywistym, obliczenia wykonujemy za pomocą metody całkowania tzn $V_1 \times P_1 = \text{const}$, $V_2 \times P_2 = \text{const}$, $V_3 \times P_3 = \text{const}$ itd.. Oczywiście w obliczeniach metoda całkowania, im więcej użyjemy całek tym dokładniejsze będą obliczenia energii wewnętrznej pracy tłoka a którego najważniejszym parametrem jest obliczenie średnie ciśnienie czyli $P_{sr} \cdot \text{const}$. Obliczone średnie ciśnienie P_{sr}, const określa nam moc pracy tłoka. Metoda całkowania ma jedną zasadniczą wadę, aby obliczyć bardzo dokładnie ciśnienie P_{sr}, const to ilość użytych całek będzie bardzo duża. Poniżej przedstawie przykład za pomocą rysunku graficznego pracy tłoka oraz prosty przykład metody całkowania za pomocą 11 - całek, określająca średnie ciśnienie pracy tłoka czyli energii potencjalną.

dane;

S = 50,256 cm²
L = 5 cm
V_p = 251,28 cm³
V_k = 40,204 cm³
P = 2 atm.



$$V \quad \times \quad P \quad = \quad \text{const.}$$

V _p →	V1-251,28	x	2	=	502,56	11 - całek	podziałka - 21,108
	V2-230,172	x	2,183411	=	502,56		
	V3-209,064	x	2,403857	=	502,56		
	V4-187,956	x	2,673814	=	502,56		
	V5-166,848	x	3,012082	=	502,56		
	V6-145,74	x	3,448332	=	502,56		
	V7-124,632	x	4,032351	=	502,56	V _{sr.} = 1603,14/11 =	<u>145,74</u>
	V8-103,524	x	4,854526	=	502,56		
	V9-82,416	x	6,097845	=	502,56	P _{sr.} = 51,40501 / 11 =	<u>4,673182</u>
	V10-61,308	x	8,197298	=	502,56		
V _k →	V11-40,2	x	12,501149	=	502,56	const.sr. = 5528,16 / 11 =	<u>502,56</u>
V _{sr.} →	1603,14	P _{sr.} →	51,40501	const.sr. →	5528,16		

$$V_{sr.} \times P_{sr.} = \text{const.sr.}$$

$$145,74 \times 4,673182 = 502,56$$

$$601,069 = 502,56$$

Jak widzimy na powyższym przykładzie matematycznym, lewa strona równania nie jest równa prawej stronie równania. Oznacza to że wartość objętości V lub ciśnienia P lewej strony równania są wartościami mało dokładnymi. Prawidłowymi wartościami lewej strony równania są kiedy iloczyn V i P, będzie równa prawej stronie równania. Następnym etapem będzie wykazanie że wartość objętości gazu V przy metodzie całkowania, jest wartością liczbowa stała bez względu na ilość użytych cieków i przedstawiona będzie jako wartość liczbowa Vsr. Celem tej logiki jest proste a mianowicie jeżeli przy metodzie całkowania wartość const.sr jest wartością liczbowa stała, bez względu na ilość użytych cieków i udowodnienie że wartość liczbowa V jest wartością stałą i którą określimy jako wartość liczbowa Vsr. Efektem tej logiki matematycznej jest to że mając określoną wartość const.sr i Vsr to bez problemu określimy dokładną wartość średnią ciśnienia czyli Psr., Poniżej przedstawie dowód matematyczny określający średnią wartość objętości gazu jako Vsr z uwagą że to odnosi się do określonej początkowo wartości gazu Vp i końcowej wartości objętości gazu czyli Vk. Poniżej przedstawie przykład matematyczny objętości Vsr dla 21,11,7,3 - cieków.

21 - cieków podziałka - 10,564

Vp → V1 - 251,28
 V2 - 240,726
 V3 - 230,172
 V4 - 219,618
 V5 - 209,064
 V6 - 198,51
 V7 - 187,956
 V8 - 177,402
 V9 - 166,848
 V10 - 156,294
 V11 - 145,74
 V12 - 135,186
 V13 - 124,632
 V14 - 114,078
 V15 - 103,524
 V16 - 92,97
 V17 - 82,416
 V18 - 71,862
 V19 - 61,308
 V20 - 50,754
 V21 - 40,2

$$\frac{3060,54}{21} = \underline{145,74 - Vsr.}$$

11 - cieków podziałka - 21,108

Vp → V1 - 251,28
 V2 - 230,172
 V3 - 209,064
 V4 - 187,956
 V5 - 166,848
 V6 - 145,74
 V7 - 124,632
 V8 - 103,524
 V9 - 82,416
 V10 - 61,308
 V11 - 40,2

$$\frac{1603,14}{11} = \underline{145,74 - Vsr.}$$

7 - cieków podziałka - 35,18

Vp → V1 - 251,28
 V2 - 216,1
 V3 - 180,92
 V4 - 145,74
 V5 - 110,56
 V6 - 75,38
 V7 - 40,2

$$\frac{1020,18}{7} = \underline{145,74 - Vsr.}$$

3 - cieków podziałka 105,54

Vp V1 - 251,28
 V2 - 145,74
 V3 - 40,2

$$\frac{437,22}{3} = \underline{145,74 - Vsr.}$$

Przedstawiony powyżej przykład matematyczny metody całkowania objętości gazu której cechą znamionową jest to że bez względu na ilość cieków użytych to suma tych cieków dzielona przez ilość

calek jest wartoscia liczbowo stala. Mozna to przedstawic za pomoca definicji.

" Suma wszystkich calek dzielona przez ilosc calek wartosci objetosci gazu, jest zawsze wartoscia stala i zalezna jest od dowolnej roznicy V_p i V_k "

Ponizej przedstawie prosta nowa formule matematyczna do ktorej potrzebna bedzie nam pierwsza calka metody calkowania czyli V_p , oraz ostatnia calka metody calkowania objetosci gazu czyli V_k . Nowa formula przedstawiona ponizej pozwoli nam zrezygnowac z zrudnej metody calkowania.

$$V_{sr} = V_p + V_k / 2$$

Ponizej przedstawie dowod matematyczny z uzyciem pierwszej calki V_p i ostatniej calki czyli V_k z powyzzszego przykladu matematycznego metody calkowania objetosci gazu doskonałego i rzeczywistego.

dane;

$$V_p - 251,28$$

$$V_k - 40,2$$

$$V_{sr} = V_p + V_k / 2$$

$$V_{sr} = (251,28 + 40,2) / 2$$

$$V_{sr} = 291,48 / 2$$

$$V_{sr} = \underline{145,74}$$

Jak wynika z powyzzszego przykladu matematycznego, wynik wedlug nowej formuly jest taki sam jak przy metodzie calkowania objetosci gazu okreslajaca V_{sr} . Wnioskiem tego jest ze nowa formula matematyczna w ktorej okreslilismy V_{sr} i $const.sr$, przybierze nastepujaca postac w ktorej celem jest okreslenie srednie cisnienia P_{sr} i takze przyjmnie odmienna interpretacje formuly Boylea - Mariotta.

$$P_{sr} = const.sr. / V_{sr}.$$

Nastepnym etapie wykonam proste dzialanie matematyczne okreslajace srednie cisnienie gazu czyli P_{sr} , korzystajac danych matematycznych przedstawionych powyzzszych przykladach.

dane;

$$const.sr. = 502,56$$

$$V_{sr} = 145,74$$

$$P_{sr} = ?$$

$$P_{sr} = const.sr. / V_{sr}.$$

$$P_{sr} = 502,56 / 145,74$$

$$P_{sr} = \underline{3,448 \text{ atm}}$$

Majac okreslone srednie cisnienie gazu, mnozymy przez srednice tloka $S=50,256$ oraz drogi jaka wykonuje tlok czyli $L=5$. W tym wypadku rozpatrujemy sprezenie gazu czyli energie potencjalna.

dane;

$$E_p = P_{sr} \cdot S$$

$$E_p = 3,448 \times 50,256$$

$$E_p = 173,282 \text{ kg na drodze } L = 5 \text{ cm}$$

$$P_{sr} = 3,448 \text{ atm}$$

$$L = 5 \text{ cm}$$

$$S = 50,256 \text{ cm}^2$$

Nastepnie sprawdzamy czy lewa strona rownania rowna sie prawej stronie rownania.

dane;

$$P_{sr} = 3,448 \text{ atm}$$

$$V_{sr} = 145,74 \text{ cm}^3$$

$$\text{const.sr.} = 502,56$$

$$P_{sr} \times V_{sr} = \text{const.sr.}$$

$$3,448 \times 145,74 = 502,56$$

$$502,56 = 502,56$$

$$L = P$$

Ponizej przedstawie kolejny ostatni przyklad metody obliczania sredniego cisnienia gazu czyli V_{sr} dla gazow doskonałych i rzeczywistych, tym razem dla dwóch tłokow przeciwnie skierowanych do siebie.

dane;

$$S_1 = 19,6349 \text{ cm}^2$$

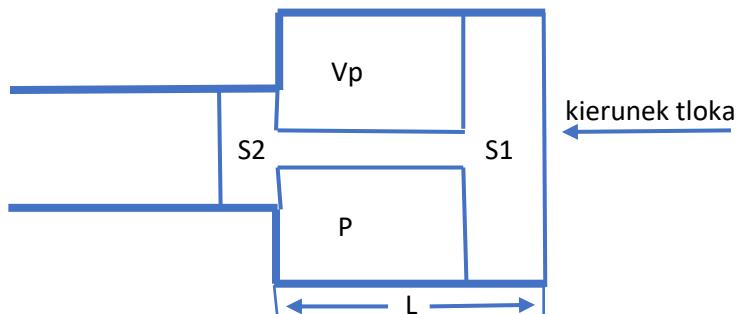
$$S_2 = 10,1787 \text{ cm}^2$$

$$V_p = 98,1745 \text{ cm}^3$$

$$V_k = 50,8935 \text{ cm}^3$$

$$L = 5 \text{ cm}$$

$$P = 3 \text{ atm.}$$



Pierwszy krokiem w obliczeniach będzie ustalenie wartosci const.sr z formuly Boylea - Mariotta którego bez względu na ilosc calek zastosowanych w metodzie całkowania, jej wynik będzie zawsze ten sam czyli const.sr.

dane;

$$P = 3 \text{ atm.}$$

$$V_p = 98,1745 \text{ cm}^3$$

$$\text{const.sr.} = P \times V_p$$

$$\text{const.sr.} = 3 \times 98,1745$$

$$\text{const.sr.} = 294,5235$$

Następnym krokiem będzie ustalenie wcześniej opisanej nowej formuly na V_{sr} , a której formula ma następująca postać;

dane;

$$V_p = 98,1745 \text{ cm}^3$$

$$V_k = 50,8936 \text{ cm}^3$$

$$V_{sr} = (V_p + V_k) / 2$$

$$V_{sr} = (98,1745 + 50,8935) / 2$$

$$V_{sr} = 149,068 / 2$$

$$V_{sr} = 74,534$$

Mając ustalone niezmiennic wartosci const.sr i V_{sr} , obliczamy trzecia niezmiennic wartosc a mianowicie P_{sr} , która ma następująca postać;

dane;

$$\text{const.sr.} = 294,5235$$

$$V_{sr} = 74,534$$

$$P_{sr} = \text{const.sr.} / V_{sr}$$

$$P_{sr} = 294,5235 / 74,534$$

$$P_{sr} = 3,9515 \text{ atm.}$$

Ostatnim krokiem w obliczeniach będzie obliczenie ilosc pracy tłokow, które wykonuje sprężając gaz doskonały lub rzeczywisty na energie potencjalna. Przedstawie to ponizej bardzo prosta formula matematyczna na obliczanie energii potencjalnej E_p oraz energii kinetycznej E_k ,

dane;

$$S_1 = 19,6349 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 10,1787 \text{ cm}^2$$

$$P_{sr} = 3,9515 \text{ atm.}$$

$$E_p = (S_2 \times P_{sr}) - (S_1 \times P_{sr})$$

$$E_p = (10,1787 \times 3,9515) - (19,6349 \times 3,9515)$$

$$E_p = 40,2211 - 77,5873$$

$$E_p = -37,3662 \text{ kg na drodze } L = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} E_k &= (S_1 \times P_{sr.}) - (S_2 \times P_{sr.}) \\ E_k &= (19,6349 \times 3,9515) - (10,1787 \times 3,9515) \\ E_k &= 77,5873 - 40,2211 \\ E_k &= + 37,3662 \text{ kg na drodze } L = 5\text{cm} \end{aligned}$$

czyli zgodnie prawem zachowania energii;

$$\begin{aligned} E_p &= E_k \\ - 37,3662 &= + 37,3662 \end{aligned}$$

Przedstawiona powyżej metoda matematyczno - fizyczna jest metodą znamienne bardzo prosta metoda matematyczna a co najważniejsze znamienne precyjnje określa średnia wartość ciśnienia gazu $P_{sr.}$ W tym przypadku zastosowanie metody całkowania jest metodą mało precyzyjną i bardzo zmuđną metodą matematyczną.

08.06.2024

X Marian Sokolik

Marian Sokolik

Termodynamika

Podpisany przez: f5581705-d93f-4888-9599-2e9e5eb857ee

